

4-16-2021

## Power flow model with hybrid single and three phase and algorithm analysis

Kaibo YUAN

*Electric Power Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China*

Pingping LUO

*Electric Power Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China*

Zunyi FAN

*Xingtai Power Supply Branch, State Grid Hebei Electric Power Co.,Ltd., Xingtai 05400, China*

Bo CHEN

*Xingtai Power Supply Branch, State Grid Hebei Electric Power Co.,Ltd., Xingtai 05400, China*

Miao YU

*Xingtai Power Supply Branch, State Grid Hebei Electric Power Co.,Ltd., Xingtai 05400, China*

Follow this and additional works at: <https://jepst.researchcommons.org/journal>

---

### Recommended Citation

YUAN, Kaibo; LUO, Pingping; FAN, Zunyi; CHEN, Bo; and YU, Miao (2021) "Power flow model with hybrid single and three phase and algorithm analysis," *Journal of Electric Power Science and Technology*. Vol. 35: Iss. 6, Article 16.

DOI: 10.19781/j.issn.16739140.2020.06.016

Available at: <https://jepst.researchcommons.org/journal/vol35/iss6/16>

This Article is brought to you for free and open access by Journal of Electric Power Science and Technology. It has been accepted for inclusion in Journal of Electric Power Science and Technology by an authorized editor of Journal of Electric Power Science and Technology.

# 混合潮流模型及算法分析

苑开波<sup>1</sup>, 罗萍萍<sup>1</sup>, 范尊毅<sup>2</sup>, 陈波<sup>2</sup>, 于苗<sup>2</sup>

(1. 上海电力大学电气工程学院, 上海 200090; 2. 国网河北省电力有限公司邢台供电分公司, 河北 邢台 054000)

**摘要:**针对现有配电网全三相潮流计算复杂且耗时较多问题, 提出一种基于 $\pi$ 型接口的混合潮流模型。在混合模型中, 三相不对称网络考虑三相模型, 而三相对称网络考虑单相模型, 通过 $\pi$ 型等效接口连接这两部分网络, 得到混合潮流模型, 并详细给出接口处的节点导纳矩阵、节点注入功率方程及其对雅可比矩阵的影响。通过IEEE算例, 在不同三相不平衡程度下与全三相潮流模型对比计算精度和速度, 从而验证该文所提混合潮流模型的正确性、优越性。

**关键词:**混合网络;  $\pi$ 型等效; 不平衡系统; 潮流计算

DOI:10.19781/j.issn.1673-9140.2020.06.016 中图分类号:TM744 文章编号:1673-9140(2020)06-0124-07

## Power flow model with hybrid single and three phase and algorithm analysis

YUAN Kaibo<sup>1</sup>, LUO Pingping<sup>1</sup>, FAN Zunyi<sup>2</sup>, CHEN Bo<sup>2</sup>, YU Miao<sup>2</sup>

(1. Electric Power Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China; 2. Xingtai Power Supply Branch, State Grid Hebei Electric Power Co., Ltd., Xingtai 05400, China)

**Abstract:** Aiming at the complex and time-consuming problem of the existing three-phase power flow calculation method for distribution network, a hybrid power flow model based on  $\pi$ -type interfaces is proposed in this paper. In the hybrid model, a three-phase model for three-phase asymmetrical network, and a single-phase model for three-phase symmetrical network are considered separately. Then, the hybrid power flow model is established by connecting the two parts of network through a  $\pi$ -type equivalent interface. In addition, the node admittance matrix, the node power injection equation of the interface and its influence on Jacobian matrix are obtained. The correctness and superiority of the proposed model is verified by comparing the calculation accuracy and speed of the proposed model and the full three-phase power flow model under different three-phase unbalance conditions based on IEEE standard example.

**Key words:** hybrid network;  $\pi$ -type equivalent; unbalanced system; power flow calculation

随着电力系统的迅速发展,其结构与运行方式日趋复杂,潮流计算为电网规划和稳定运行提供了最基本的依据,国内外学者对此进行了大量的研究<sup>[1-3]</sup>。基于配电系统整体三相网络不对称而局部存在三相网络对称的特点,潮流计算中多采用三相模型<sup>[4-5]</sup>,如文献[4]在复杂配电网中以牛拉法为基

础,建立了配线、变压器、负荷等三相模型,采用并行计算以充分发挥中央处理器的性能。在潮流计算中,牛拉法的实质是基于非线性方程组逐步线性化的过程,其雅可比矩阵在每次迭代中都要经历一次更新,当配网规模较大时,致使计算速度下降。为此提出改进后的牛拉法<sup>[5]</sup>、高斯法与前推回代法<sup>[6-7]</sup>,

收稿日期:2017-11-13;修回日期:2018-03-02

通信作者:苑开波(1992-),男,硕士研究生,主要从事电力系统状态估计等研究;E-mail:yuan.kaibo@qq.com

其中前推回代法广泛应用在辐射状配电网中,虽其具有较高的计算效率,但是无法应用在含环网的配网系统中。现有文献更多是在计算方法上寻求突破,并未从模型方面进行探讨。针对配电网特点,文献[8]提出的三相潮流序分量解法是建立在对不对称元件进行解耦补偿的基础上,并建立补偿模型,最终构建正序、负序、零序相互解耦的解耦—补偿模型对问题求解。在求解正序潮流时,基于文献[8-9]着重分析网络节点的注入复功率,从而简化为单相潮流求解的问题,并应用经典牛拉法和快速分解法,而负序与零序网络采用 KVL 求解,并给出并行求解方法。

该文提出基于  $\pi$  型等效接口的混合潮流模型,并依据局部网络的对称性能,采取单相潮流或者三相潮流模型,通过该交界支路,将三相网络中正序电流分量反馈到单相网络中;同样,单相模型的正序电压分量也通过该接口反馈到三相模型中,由于单相模型中正序分量占主要部分,故不计其零、负序分量得到混合模型。通过 IEEE 标准算例验证模型的优越性,为配网实用潮流计算提供一种理论参考。

## 1 混合模型接口处理

### 1.1 $\pi$ 型等效接口

考虑在交界支路建立一个连接单相和三相潮流模型的  $\pi$  型等效接口,如图 1 所示。对于任意交界支路  $i-j$ ,均转化成图 1 所示的  $\pi$  型等效接口,其中  $i$  侧为三相对称网络,潮流计算中采用单相潮流模型,而  $j$  侧为三相不对称网络,潮流计算中采用三相潮流模型。因单相潮流模型中正序分量占主要部分,故不计零、负序分量。单相潮流模型的正序电压分量通过该交界支路反馈到三相潮流模型中,三相潮流模型中正序电流分量反馈到单相潮流模型中,使混合潮流算法的雅可比矩阵维数相比三相潮流算法

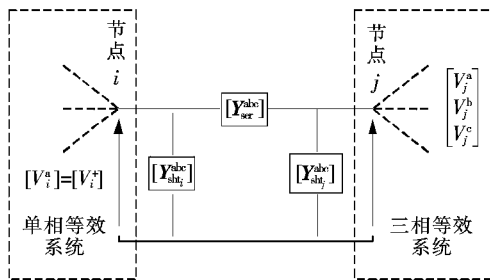


图 1  $\pi$  型等效接口

Figure 1  $\pi$ -type equivalent interface

大幅下降,通过接口使其在保证计算精度准确性的前提下尽可能地减少计算时间。

### 1.2 $\pi$ 型等效接口的导纳矩阵

传统的三相接口 KCL 方程为

$$\begin{cases} I_i^{abc} = + (Y_{sh_i}^{abc} + Y_{ser}^{abc}) V_i^{abc} - Y_{ser}^{abc} V_j^{abc} \\ I_j^{abc} = - Y_{ser}^{abc} V_i^{abc} + (Y_{sh_j}^{abc} + Y_{ser}^{abc}) V_j^{abc} \end{cases} \quad (1)$$

式中  $Y_{sh_i}^{abc}$  为  $3 \times 3$  三相支路对地电纳矩阵;  $Y_{ser}^{abc}$  为  $3 \times 3$  三相支路导纳矩阵。

$$Y_{sh_i}^{abc} = \begin{bmatrix} Y_{00}^{aa} & Y_{00}^{ab} & Y_{00}^{ac} \\ Y_{00}^{ba} & Y_{00}^{bb} & Y_{00}^{bc} \\ Y_{00}^{ca} & Y_{00}^{cb} & Y_{00}^{cc} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (2)$$

$$Y_{ser}^{abc} = \begin{bmatrix} Y^{aa} & Y^{ab} & Y^{ac} \\ Y^{ba} & Y^{bb} & Y^{bc} \\ Y^{ca} & Y^{cb} & Y^{cc} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (3)$$

对于  $i$  侧三相对称网络,正序分量占主要部分,故不计其零、负序分量,潮流计算中只需求解其正序电流  $I_i^+$ ,而不必计算对称网络的三相电流。式(1)经对称分量法变换为

$$V_i^{abc} = [1 \quad \alpha^2 \quad \alpha]^T V_i^+ = T_1 V_i^+ \quad (4)$$

$$I_i^+ = \frac{1}{3} [1 \quad \alpha \quad \alpha^2] I_i^{abc} = T_2 I_i^{abc} \quad (5)$$

其中,  $\alpha = e^{j120^\circ}$ 。从而得到  $i$  侧正序电流方程和  $j$  侧三相电流方程,分别为

$$I_i^+ = T_2 (Y_{sh_i}^{abc} + Y_{ser}^{abc}) T_1 V_i^+ - T_2 Y_{ser}^{abc} V_j^{abc} = Y_i^+ V_i^+ + Y_{13}^{abc} V_j^{abc} \quad (6)$$

$$I_j^{abc} = - Y_{ser}^{abc} T_1 V_i^+ + (Y_{sh_j}^{abc} + Y_{ser}^{abc}) V_j^{abc} = Y_{31}^{abc} V_i^+ + Y_j^{abc} V_j^{abc} \quad (7)$$

如图 2 所示,接口的导纳矩阵由图 2(a)变为 2(b)。

$$\begin{bmatrix} \ddots & & & & \ddots \\ & [Y_{sh_k}^{abc} + Y_{ser}^{abc}]_{3 \times 3} & \cdots & [-Y_{ser}^{abc}]_{3 \times 3} & \ddots \\ & \vdots & \ddots & \vdots & \\ & [-Y_{ser}^{abc}]_{3 \times 3} & \cdots & [Y_{sh_m}^{abc} + Y_{ser}^{abc}]_{3 \times 3} & \ddots \\ & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

(a)三相接口

$$\begin{bmatrix} \ddots & & & & \ddots \\ & \{ [T_2] [Y_{sh_k}^{abc} + Y_{ser}^{abc}] [T_1] \}_{1 \times 1} & \cdots & \{ [T_2] [-Y_{ser}^{abc}] \}_{1 \times 3} & \ddots \\ & \vdots & \ddots & \vdots & \\ & \{ [-Y_{ser}^{abc}] [T_1] \}_{3 \times 1} & \cdots & [Y_{sh_m}^{abc} + Y_{ser}^{abc}]_{3 \times 3} & \ddots \\ & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

(b) $\pi$ 型等效接口

图 2 三相接口和  $\pi$  型等效接口的导纳矩阵

Figure 2 Admittance matrix of three phase interface and  $\pi$  type equivalent interface

### 1.3 $\pi$ 型等效接口的功率方程

非 $\pi$ 型等效接口部分的功率方程已有文献给出<sup>[10]</sup>,该文仅讨论接口部分的功率方程。交界支路的单相侧和三相侧节点注入功率分别为

$$S_{\pi i}^+ = V_i^+ I_{\pi i}^+ = V_i^+ \left( \sum_{j=1}^n I_i^+ + \sum_{k=1}^n I_{ik}^+ \right) \quad (8)$$

$$S_{\pi j}^{\text{abc}} = V_j^{\text{abc}} I_{\pi j}^{\text{abc}} = V_j^{\text{abc}} \left( \sum_{i=1}^n I_j^{\text{abc}} + \sum_{l=1}^n I_{jl}^{\text{abc}} \right) \quad (9)$$

式中  $I_{\pi i}^+$ 、 $I_{\pi j}^{\text{abc}}$  分别为交界支路单相侧节点  $i$  和三相侧节点  $j$  的注入电流;  $I_i^+$  为节点  $i$  与其邻接三相节点的等效线路电流;  $I_{ik}^+$  为节点  $i$  与其邻接单相节点  $k$  的线路电流;  $I_j^{\text{abc}}$  为节点  $j$  与其邻接单相节点的等效线路电流;  $I_{jl}^{\text{abc}}$  为节点  $j$  与其邻接三相节点的线路电流。

将式(6)代入式(8)并展开,得到:

$$\begin{cases} P_{\pi i}^+ = V_i^+ \sum_{k=1}^n V_k^+ (G_{ik}^{++} \cos \theta_{ik}^{++} + B_{ik}^{++} \sin \theta_{ik}^{++}) + \\ V_i^+ \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^3 V_j^s (G_{13_{ij}}^{+s} \cos \theta_{ij}^{+s} + B_{13_{ij}}^{+s} \sin \theta_{ij}^{+s}) \\ Q_{\pi i}^+ = V_i^+ \sum_{k=1}^n V_k^+ (G_{ik}^{++} \sin \theta_{ik}^{++} - B_{ik}^{++} \cos \theta_{ik}^{++}) + \\ V_i^+ \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^3 V_j^s (G_{13_{ij}}^{+s} \sin \theta_{ij}^{+s} - B_{13_{ij}}^{+s} \cos \theta_{ij}^{+s}) \end{cases} \quad (10)$$

式中  $P_{\pi i}^+$ 、 $Q_{\pi i}^+$  分别为交界支路单相侧节点  $i$  的等效注入有功和无功;  $V_i^+$  为节点  $i$  的正序电压幅值;  $V_k^+$  为节点  $i$  及其邻接单相节点  $k$  的正序电压;  $G_{ik}^{++}$ 、 $B_{ik}^{++}$ 、 $\theta_{ik}^{++}$  分别为导纳矩阵中相应支路的单相互电导、互电纳和正序相角差,当  $k=i$  时为节点  $i$  的单相自电导和自电纳;  $\theta_{ik}^{++}$  为节点  $i$ 、 $k$  的正序相角差;  $V_j^s$  为节点  $i$  的邻接三相节点  $j$  的  $s$  相电压幅值;  $G_{13_{ij}}^{+s}$ 、 $B_{13_{ij}}^{+s}$  分别为交界支路单相侧节点  $i$  对三相侧节点  $j$  的  $s$  相等效互电导和互电纳,即  $Y_{13}^{\text{abc}}$  的实部和虚部;  $\theta_{ij}^{+s}$  为节点  $i$  的正序相角与节点  $j$  的  $s$  相角差。

将式(7)代入式(9)并展开,得到:

$$\begin{cases} P_{\pi j}^p = V_j^p \sum_{i=1}^n V_i^+ (G_{31_{ji}}^{\ell+} \cos \theta_{ji}^{\ell+} + B_{31_{ji}}^{\ell+} \sin \theta_{ji}^{\ell+}) + \\ V_j^p \sum_{l=1}^n \sum_{s=1}^3 V_l^s (G_{jl}^{ps} \cos \theta_{jl}^{ps} + B_{jl}^{ps} \sin \theta_{jl}^{ps}) \\ Q_{\pi j}^p = V_j^p \sum_{i=1}^n V_i^+ (G_{31_{ji}}^{\ell+} \sin \theta_{ji}^{\ell+} - B_{31_{ji}}^{\ell+} \cos \theta_{ji}^{\ell+}) + \\ V_j^p \sum_{l=1}^n \sum_{s=1}^3 V_l^s (G_{jl}^{ps} \sin \theta_{jl}^{ps} - B_{jl}^{ps} \cos \theta_{jl}^{ps}) \end{cases} \quad (11)$$

式中  $P_{\pi j}^p$ 、 $Q_{\pi j}^p$  为交界支路三相侧节点  $j$  的  $p$  相等效注入有功和无功;  $V_j^p$  为节点  $j$  的  $p$  相电压幅值;  $V_i^+$  为节点  $j$  的邻接单相节点  $i$  的正序电压幅值;  $G_{31_{ji}}^{\ell+}$ 、 $B_{31_{ji}}^{\ell+}$  分别为交界支路三相侧节点  $j$  的  $s$  相对单相侧节点  $i$  的等效互电导和互电纳,即  $Y_{31}^{\text{abc}}$  的实部和虚部;  $V_l^s$  为节点  $j$  的邻接单相节点  $l$  的  $s$  相电压幅值;  $G_{jl}^{ps}$ 、 $B_{jl}^{ps}$ 、 $\theta_{jl}^{ps}$  分别为节点  $j$  的  $p$  相与节点  $l$  的  $s$  相互电导、互电纳和相角差。

### 1.4 $\pi$ 型等效接口的雅克比矩阵方程

非 $\pi$ 型等效接口部分的雅克比矩阵及其方程已有文献给出<sup>[11]</sup>,仅讨论接口部分的雅克比矩阵及其方程。接口处单相节点中的 PQ 和 PV 节点都存在有功不平衡量方程,且 PQ 节点还存在无功功率不平衡量方程,即

$$\begin{cases} \Delta P_{\pi i}^+ = P_i^+ - P_{\pi i}^+ = \\ P_i^+ - V_i^+ \sum_{k=1}^n V_k^+ (G_{ik}^{++} \cos \theta_{ik}^{++} + B_{ik}^{++} \sin \theta_{ik}^{++}) + \\ V_i^+ \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^3 V_j^s (G_{13_{ij}}^{+s} \cos \theta_{ij}^{+s} + B_{13_{ij}}^{+s} \sin \theta_{ij}^{+s}) \\ \Delta Q_{\pi i}^+ = Q_i^+ - Q_{\pi i}^+ = \\ Q_i^+ - V_i^+ \sum_{k=1}^n V_k^+ (G_{ik}^{++} \sin \theta_{ik}^{++} - B_{ik}^{++} \cos \theta_{ik}^{++}) + \\ V_i^+ \sum_{j=1}^n \sum_{s=1}^3 V_j^s (G_{13_{ij}}^{+s} \sin \theta_{ij}^{+s} - B_{13_{ij}}^{+s} \cos \theta_{ij}^{+s}) \end{cases} \quad (12)$$

接口处三相节点同理:

$$\begin{cases} \Delta P_{\pi j}^p = P_j^p - P_{\pi j}^p = \\ P_j^p - V_j^p \sum_{i=1}^n V_i^+ (G_{31_{ji}}^{\ell+} \cos \theta_{ji}^{\ell+} + B_{31_{ji}}^{\ell+} \sin \theta_{ji}^{\ell+}) + \\ V_j^p \sum_{l=1}^n \sum_{s=1}^3 V_l^s (G_{jl}^{ps} \cos \theta_{jl}^{ps} + B_{jl}^{ps} \sin \theta_{jl}^{ps}) \\ \Delta Q_{\pi j}^p = Q_j^p - Q_{\pi j}^p = \\ V_j^p \sum_{i=1}^n V_i^+ (G_{31_{ji}}^{\ell+} \sin \theta_{ji}^{\ell+} - B_{31_{ji}}^{\ell+} \cos \theta_{ji}^{\ell+}) + \\ V_j^p \sum_{l=1}^n \sum_{s=1}^3 V_l^s (G_{jl}^{ps} \sin \theta_{jl}^{ps} - B_{jl}^{ps} \cos \theta_{jl}^{ps}) \end{cases} \quad (13)$$

式(12)、(13)中  $\Delta P_{\pi i}^+$ 、 $\Delta Q_{\pi i}^+$  为交界支路单相侧节点  $i$  的不平衡功率;  $\Delta P_{\pi j}^p$ 、 $\Delta Q_{\pi j}^p$  为交界支路三相侧节点  $j$  的  $p$  相不平衡功率;  $P_i^+$ 、 $Q_i^+$  为交界支路单相侧节点  $i$  注入功率;  $P_j^p$ 、 $Q_j^p$  为交界支路三相侧节点  $j$  的  $p$  注入功率。

利用式(12)、(13)对  $\theta$ 、 $U$  求偏导,得到雅克比矩阵中的  $H$ 、 $N$ 、 $J$ 、 $L$  各元素:

$$\begin{cases} H_{ii}^+ = \frac{\partial \Delta P_{\pi i}^+}{\partial \theta_i^+} = (V_i^+)^2 B_{ii}^+ + Q_{\pi i}^+, \\ N_{ii}^+ = \frac{\partial \Delta P_{\pi i}^+}{\partial V_i^+} V_i^+ = -(V_i^+)^2 B_{ii}^+ - P_{\pi i}^+, \\ J_{ii}^+ = \frac{\partial \Delta Q_{\pi i}^+}{\partial \theta_i^+} = (V_i^+)^2 G_{ii}^+ - P_{\pi i}^+, \\ L_{ii}^+ = \frac{\partial \Delta Q_{\pi i}^+}{\partial V_i^+} V_i^+ = (V_i^+)^2 B_{ii}^+ - Q_{\pi i}^+ \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} H_{ij}^{+s} = \frac{\partial \Delta P_{\pi i}^+}{\partial \theta_j^+} = -V_i^+ V_j^s (G_{13ij}^{+s} \sin \theta_{ij}^{+s} - B_{13ij}^{+s} \cos \theta_{ij}^{+s}) \\ N_{ij}^{+s} = \frac{\partial \Delta P_{\pi i}^+}{\partial V_j^s} V_j^s = -V_i^+ V_j^s (G_{13ij}^{+s} \cos \theta_{ij}^{+s} + B_{13ij}^{+s} \sin \theta_{ij}^{+s}) \\ J_{ij}^{+s} = \frac{\partial \Delta Q_{\pi i}^+}{\partial \theta_j^+} = V_i^+ V_j^s (G_{13ij}^{+s} \cos \theta_{ij}^{+s} + B_{13ij}^{+s} \sin \theta_{ij}^{+s}) \\ L_{ij}^{+s} = \frac{\partial \Delta Q_{\pi i}^+}{\partial V_j^s} V_j^s = -V_i^+ V_j^s (G_{13ij}^{+s} \sin \theta_{ij}^{+s} - B_{13ij}^{+s} \cos \theta_{ij}^{+s}) \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} H_{ji}^p = \frac{\partial \Delta P_{\pi j}^p}{\partial \theta_i^+} = -V_j^p V_i^+ (G_{31ji}^{p+} \sin \theta_{ji}^{p+} - B_{31ji}^{p+} \cos \theta_{ji}^{p+}) \\ N_{ji}^p = \frac{\partial \Delta P_{\pi j}^p}{\partial V_i^+} V_i^+ = -V_j^p V_i^+ (G_{31ji}^{p+} \cos \theta_{ji}^{p+} + B_{31ji}^{p+} \sin \theta_{ji}^{p+}) \\ J_{ji}^p = \frac{\partial \Delta Q_{\pi j}^p}{\partial \theta_i^+} = V_j^p V_i^+ (G_{31ji}^{p+} \cos \theta_{ji}^{p+} + B_{31ji}^{p+} \sin \theta_{ji}^{p+}) \\ L_{ji}^p = \frac{\partial \Delta Q_{\pi j}^p}{\partial V_i^+} V_i^+ = -V_j^p V_i^+ (G_{31ji}^{p+} \sin \theta_{ji}^{p+} - B_{31ji}^{p+} \cos \theta_{ji}^{p+}) \end{cases} \quad (16)$$

当  $s=t$  时,有

$$\begin{cases} H_{jj}^s = \frac{\partial \Delta P_{\pi j}^s}{\partial \theta_i^+} = V_j^s V_j^s B_{jj}^s + Q_{\pi j}^s \\ N_{jj}^s = \frac{\partial \Delta P_{\pi j}^s}{\partial V_i^+} V_i^+ = -V_j^s V_j^s G_{jj}^s - P_{\pi j}^s \\ J_{jj}^s = \frac{\partial \Delta Q_{\pi j}^s}{\partial \theta_i^+} = V_j^s V_j^s G_{jj}^s - P_{\pi j}^s \\ L_{jj}^s = \frac{\partial \Delta Q_{\pi j}^s}{\partial V_i^+} V_i^+ = V_j^s V_j^s B_{jj}^s - Q_{\pi j}^s \end{cases} \quad (17)$$

当  $s \neq t$  时,有

$$\begin{cases} H_{jj}^{st} = \frac{\partial \Delta P_{\pi j}^s}{\partial \theta_i^+} = -V_j^s V_i^t (G_{jj}^{st} \sin \theta_{jj}^{st} - B_{jj}^{st} \cos \theta_{jj}^{st}) \\ N_{jj}^{st} = \frac{\partial \Delta P_{\pi j}^s}{\partial V_i^+} V_i^+ = -V_j^s V_i^t (G_{jj}^{st} \cos \theta_{jj}^{st} + B_{jj}^{st} \sin \theta_{jj}^{st}) \\ J_{jj}^{st} = \frac{\partial \Delta Q_{\pi j}^s}{\partial \theta_i^+} = V_j^s V_i^t (G_{jj}^{st} \cos \theta_{jj}^{st} + B_{jj}^{st} \sin \theta_{jj}^{st}) \\ L_{jj}^{st} = \frac{\partial \Delta Q_{\pi j}^s}{\partial V_i^+} V_i^+ = -V_j^s V_i^t (G_{jj}^{st} \sin \theta_{jj}^{st} - B_{jj}^{st} \cos \theta_{jj}^{st}) \end{cases} \quad (18)$$

式(14)~(18)中  $t$  为三相中某相;  $H_{ij}^{+s}, N_{ij}^{+s}, J_{ij}^{+s}, L_{ij}^{+s}, H_{ji}^p, N_{ji}^p, J_{ji}^p, L_{ji}^p$  均为单相节点  $i$  与三相节点  $j$  之间雅克比矩阵非对角子块的元素;  $H_{ii}^+, N_{ii}^+, J_{ii}^+, L_{ii}^+, H_{jj}^s, N_{jj}^s, J_{jj}^s, L_{jj}^s$  均为单相节点  $i$  与三相节点  $j$  雅克比矩阵对角子块的元素。 $\pi$  型等效接口雅克比矩阵公式(14)~(18)对比三相牛拉法的雅可比矩阵公式<sup>[12]</sup>,可以发现推导出的公式中  $H, N, J, L$  各元素相似,综合式(14)~(18),其接口位置的修正方程为

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{\pi i}^+ \\ \Delta Q_{\pi i}^+ \\ \Delta P_{\pi j}^a \\ \Delta Q_{\pi j}^a \\ \Delta P_{\pi j}^b \\ \Delta Q_{\pi j}^b \\ \Delta P_{\pi j}^c \\ \Delta Q_{\pi j}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{ii}^+ & N_{ii}^+ & H_{ij}^{+a} & N_{ii}^{+a} & H_{ij}^{+b} & N_{ii}^{+b} & H_{ij}^{+c} & N_{ii}^{+c} \\ J_{ii}^+ & L_{ii}^+ & J_{ii}^{+a} & L_{ii}^{+a} & J_{ii}^{+b} & L_{ii}^{+b} & J_{ii}^{+c} & L_{ii}^{+c} \\ H_{ji}^a & N_{ji}^a & H_{jj}^{aa} & N_{jj}^{aa} & H_{jj}^{ab} & N_{jj}^{ab} & H_{jj}^{ac} & N_{jj}^{ac} \\ J_{ji}^a & L_{ji}^a & J_{jj}^{aa} & L_{jj}^{aa} & J_{jj}^{ab} & L_{jj}^{ab} & J_{jj}^{ac} & L_{jj}^{ac} \\ H_{ji}^b & N_{ji}^b & H_{jj}^{ba} & N_{jj}^{ba} & H_{jj}^{bb} & N_{jj}^{bb} & H_{jj}^{bc} & N_{jj}^{bc} \\ J_{ji}^b & L_{ji}^b & J_{jj}^{ba} & L_{jj}^{ba} & J_{jj}^{bb} & L_{jj}^{bb} & J_{jj}^{bc} & L_{jj}^{bc} \\ H_{ji}^c & N_{ji}^c & H_{jj}^{ca} & N_{jj}^{ca} & H_{jj}^{cb} & N_{jj}^{cb} & H_{jj}^{cc} & N_{jj}^{cc} \\ J_{ji}^c & L_{ji}^c & J_{jj}^{ca} & L_{jj}^{ca} & J_{jj}^{cb} & L_{jj}^{cb} & J_{jj}^{cc} & L_{jj}^{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta V_i^+ \\ \Delta \theta_i^+ \\ \Delta V_j^a \\ \Delta \theta_j^a \\ \Delta V_j^b \\ \Delta \theta_j^b \\ \Delta V_j^c \\ \Delta \theta_j^c \end{bmatrix} \quad (19)$$

## 2 算例分析

在 IEEE 4、IEEE 69 节点系统中所推混合潮流算法模型分别进行仿真测试,对比三相潮流算法结果,验证该模型的正确性与有效性,试验计算机为 Intel(R) Core(TM) i5-3317U 1.7 GHz, 4 G 内存, 64 位 WIN7 系统。

算例 1 IEEE 4 节点系统。IEEE 4 节点网络拓扑如图 3 所示,节点 1 与无穷大母线相连,为平衡节点,节点 2、3 处负荷为 0;1-2、3-4 为线路,节点 2、3 之间为变压器支路,其连接形式为  $Y_n$ -yn0,3-4 设置为接口支路。该简单系统线路参数采用对称形

式,且通过末端节点的 a、b、c 三相功率的改变来实现系统的不平衡状态,三相对称时负荷均取  $P+jQ=1.1+j0.58$ ,潮流结果如表 1 所示。

在三相平衡情况下,通过该  $\pi$  型等效接口形成的混合潮流算法对比三相潮流算法,可知节点 3 电压幅值误差在 1% 内,相角误差在  $0.5^\circ$  内,节点 4 电

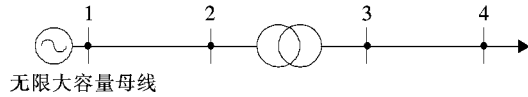


图 3 4 节点算例网络示意

Figure 3 Sketch map of 4-node network example

表 1 三相平衡下三相潮流算法与混合潮流算法对比

Table 1 Comparison of three-phase algorithm and hybrid algorithm in three-phase equilibrium

节点	三相潮流算法		混合潮流算法		$\Delta V / \%$	$\Delta \theta / (^\circ)$
	幅值	相位	幅值	相位		
3a	0.974 1	-1.548	0.972 3	-1.773	-0.176	-0.224
3b	0.955 6	-120.638	0.958 0	-120.803	0.248	-0.165
3c	0.969 9	118.123	0.970 2	118.200	0.036	0.077
4a	0.920 1	-5.769	0.942 0	-3.947	2.382	1.822
4b	0.856 8	-120.360	0.882 1	-119.211	2.945	1.149
4c	0.887 9	113.481	0.899 8	113.895	1.346	0.414
t/s	0.020		0.014		-	-

压幅值误差在 3% 内,相角误差不超过  $2^\circ$ ,减少了计算时间,由此反映到复杂大系统之中将会大大减少由三相雅克比矩阵带来的计算时间。

为验证负荷不平衡下混合潮流算法的性能,选取 4 种潮流情况,实验结果如表 2 所示,在原有潮流下,算例 1 为负荷端 b 相减少 5%、c 相增加 5% 的不平衡网络;算例 2 为负荷端 b 相减少 10%、c 相增加 10% 的不平衡网络;算例 3 为负荷端 b 相减少 25%、c 相增加 25% 的不平衡网络;算例 4 为负荷端 b 相减少 50%、c 相增加 50% 的不平衡网络。由表 1、2 可知,随着三相不平衡程度的增加,含  $\pi$  型接口的混合潮流算法对比三相潮流结果,计算误差在增大,但是对于负荷不平衡的节点 4,电压幅值最大偏差仍不超过 4%,相角最大误差在  $2^\circ$  左右。在计算时间上,混合潮流算法大约是三相潮流算法计算时间的 3/5,说明该算法在保证计算精度准确性的情况下可以节约计算时间,显示混合潮流模型的优越性。

算例 2 IEEE 69 节点系统如图 4 所示,节点 0 处为平衡节点,其余节点均为 PQ 节点,且网络参数为给定的三序解耦;支路 3-28、3-59、4-36、8-9 为交界支路,通过改变某些节点三相之间的功率实现该网络中的不平衡。为检验在大规模配网、多接口情况下该文提出算法的精确性与计算速度,算例设计

表 2 各不平衡负荷情况下三相潮流算法与混合潮流算法对比

Table 2 Comparison of full three-phase algorithm and single three-phase hybrid algorithm under unbalanced loads

算例	节点	三相潮流算法			混合潮流算法			$\Delta V / \%$	$\Delta \theta / (^\circ)$
		幅值	相位	t/s	幅值	相位	t/s		
1	4a	0.924	-5.78		0.945	-3.91		2.35	1.87
	4b	0.849	-120.24	0.020	0.876	-119.08	0.013	2.16	1.16
	4c	0.887	113.85		0.900	114.17		1.41	0.32
2	4a	0.927	-5.80		0.949	-3.87		2.32	1.93
	4b	0.841	-120.11	0.019	0.869	-118.94	0.014	2.85	1.27
	4c	0.888	114.21		0.900	114.44		1.47	0.35
3	4a	0.934	-5.82		0.955	-3.78		2.25	2.04
	4b	0.824	-119.86	0.023	0.856	-118.66	0.016	3.21	1.40
	4c	0.885	114.93		0.899	114.76		1.62	0.43
4	4a	0.941	-5.84		0.965	-3.64		2.15	2.16
	4b	0.815	-119.46	0.025	0.843	-118.47	0.019	3.43	1.64
	4c	0.884	115.25		0.897	114.98		1.68	0.51

如表 3 所示。对表 3 中 3 种情况依次采用三相和混合潮流模型,着重选取其中节点 54 的电压与相角进行分析,其结果及计算时间如表 4 所示。

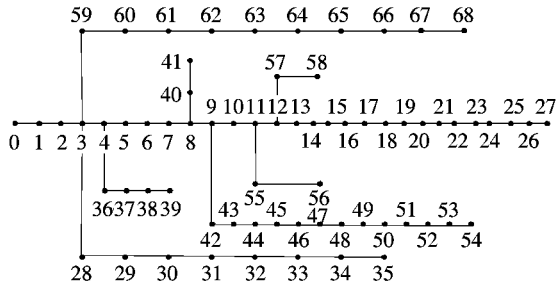


图 4 69 节点算例网络

Figure 4 Sketch map of 69-node network example

表 3 不同算例三相负荷情况

Table 3 The three-phase load condition of different examples

算例	节点	a 相负荷	b 相负荷	c 相负荷
1	27	0.014+j0.01	0.014+j0.01	0.014+j0.01
	39	0.3847+j0.2745	0.3847+j0.2745	0.3847+j0.2745
	54	0.059+j0.042	0.059+j0.042	0.059+j0.042
2	27	0.014+j0.01	0.014+j0.01	0.153+j0.12
	39	0.3847+j0.2745	0.04+j0.027	0.0045+j0.0034
	54	0.7+j0.53	0.59+j0.42	0.056+j0.037
3	27	0	0.153+j0.12	0.32+0.223
	39	0.3847+j0.2745	0.25+j0.18	0.04+j0.027
	54	0.7+j0.68	0.59+j0.42	0.056+j0.037

表 4 不同算例情况时三相潮流算法与混合潮流算法对比

Table 4 Comparison of full three-phase power flow algorithm and the single three-phase hybrid algorithm in different numerical examples

算例	节点	三相潮流算法			混合潮流算法			$\Delta V / \%$	$\Delta \theta / (^\circ)$	$\Delta V_{max} / \%$	$\Delta \theta_{max} / (^\circ)$
		幅值	相角	t/s	幅值	相角	t/s				
1	54a	0.929 391	1.062 250		0.926 367	0.838 805		0.325	0.223		
	54b	0.929 391	-118.937 750	0.198	0.926 367	-119.161 200	0.181	0.325	0.223	0.342	0.245
	54c	0.929 391	121.062 250		0.926 367	120.838 810		0.325	0.223		
2	54a	0.916 035	1.127 777		0.917 005	0.888 155		-0.106	0.240		
	54b	0.930 367	-118.884 327	0.218	0.917 005	-119.111 800	0.179	1.436	0.228	1.436	0.237
	54c	0.910 600	121.479 122		0.900 837	121.241 990		1.072	0.237		
3	54a	0.917 105	1.251 957		0.917 005	0.896 686		0.011	0.355		
	54b	0.908 295	-118.247 422	0.195	0.898 571	-118.718 500	0.177	1.071	0.471	1.321	0.482
	54c	0.890 266	121.744 538		0.879 208	121.562 600		1.242	0.182		

对比三相结果,该文提出的混合潮流模型的计算结果在不平衡节点 54 处电压和角度偏差均极小,且对比网络中所有节点的三相数据,电压偏差不超过 2%,相角偏差不超 1°。而在程序运行的时间上,由于雅可比矩阵维数小于三相潮流模型,因而混合潮流模型在迭代求解过程中耗时较少。综合以上算例表明,随着电网稳定性的增强,该混合潮流模型的计算精度越准确,更加贴近三相潮流算法,且耗时较少,故混合潮流模型与三相潮流模型等效。

### 4 结语

该文结合配电网整体三相不对称而局部存在三相对称的特点,提出基于  $\pi$  型接口的混合潮流模型。相比三相潮流模型,该混合潮流模型简化了节点注

入功率方程,降低了雅可比矩阵的维数,且在保证计算精度的有效性前提下,大幅缩减了计算时间。为基于潮流的其他研究提供了一种可参考模型。

### 参考文献:

[1] 杨晓萍,宋智翔,胡杨,等.考虑分布式电源控制方程的中低压配电网三相潮流计算[J].电力系统及其自动化学报,2019,31(3):9-15.  
 YANG Xiaoping, SONG Zhixiang, HU Yang, et al. Three-phase power flow calculation for medium-low voltage distribution network considering control equations of distributed generations[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2019, 31(3): 9-15.

[2] 程虹,朱文广,肖园,等.基于置信度变换的交直流混联系统区间最优潮流[J].电力科学与技术学报,2018,33(4):73-80.

- CHENG Hong, ZHU Wenguang, et al. XIAO Yuan. Interval optimal power flow in AC/DC hybrid system based on the probability degree transformation[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2018, 33(4): 73-80.
- [3] 王聪, 颜伟, 户秀琼, 等. 考虑频率波动的孤岛微电网在线三相概率潮流计算方法[J]. 电力自动化设备, 2020, 40(2): 109-118.
- WANG Cong, YAN Wei, HU Xiuqiong, et al. Online three-phase probabilistic power flow calculation method for islanded microgrid considering frequency fluctuation [J]. Electric Power Automation Equipment 2020, 40(2): 109-118.
- [4] 邓红雷, 张莉彬, 唐崇旺, 等. 一种含分布式电源的配电网三相潮流混合计算方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(14): 10-17.
- DENG Honglei, ZHANG Libin, TANG Chongwang. A hybrid calculation method of three-phase power flow with distributed generation[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(14): 10-17.
- [5] Lagace P J, Vuong M H, Kamwa I. Improving power flow convergence by Newton with a levenberg-marquardt method[C]//IEEE Power and Energy Society General Meeting-Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, Pittsburgh, PA, USA, 2018.
- [6] 洪峰. 电力系统潮流计算不收敛的调整方法[J]. 电力科学与技术学报, 2017, 32(3): 57-62.
- HONG feng. Adjustment method of power flow non-convergence calculation[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2017, 32(3): 57-62.
- [7] 杨辉, 文福栓. 适用于配电系统潮流计算的新的前推回代算法[J]. 电力系统及其自动化学报, 2010, 22(3): 123-128.
- YANG Hui, WEN Fuhuan. New back/forward sweep method for load flow computation in distribution systems[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2010, 22(3): 123-128.
- [8] 吴志远, 殷正刚, 唐西胜. 混合电网的交直流解耦潮流算法[J]. 中国电机工程学报, 2016, 34(4): 937-944.
- WU Zhiyuan, YIN Zhenggang, TANG Xisheng. An AC/DC decoupled hybrid power flow algorithm for hybrid power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 34(4): 937-944.
- [9] 杜萍静, 杨明, 曹良晶, 等. 含电压源换流器交直流系统的仿射潮流算法[J]. 电工技术学报, 2020, 35(5): 1106-1120.
- DU Pingjing, YANG Ming, CAO Liangjing, et al. Affine power flow algorithm for AC/DC systems with voltage source converter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(5): 1106-1120.
- [10] de Almeida M C, Asada E N, Garcia A V. Effects of load imbalance and system asymmetry on three-phase state estimation[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2016, 64(34): 210-219.
- [11] 刘宽, 王淳, 尹发根, 等. 一种考虑 PV 节点的配电网三相线性潮流计算方法[J]. 中国电力, 2020, 53(2): 56-62.
- LIU Kuan, WANG Chun, YIN Fagen, et al. A three-phase linear power flow calculation method for distribution networks considering PV nodes [J]. Electric Power, 2020, 53(2): 56-62.
- [12] 李红伟, 潘力, 朱海荣. 计及综合负荷模型的配电网线性潮流计算方法[J]. 智慧电力, 2019, 47(13): 84-91.
- LI Hongwei, PAN Li, ZHU Hairong. Power flow calculation linearity method for distribution network considering composite load mode[J]. Smart Power, 2019, 47(13): 84-91.